



# COMPRA E VENDA DE AÇÕES BASEADA EM GRÁFICOS DE CONTROLE E MODELO SETAR

**Roberta Montello Amaral**  
UNIFESO

## **Resumo**

*O objetivo principal desta tese é propor o uso de uma nova ferramenta para a tomada de decisões quanto ao momento de comprar ou vender títulos negociados em bolsa de valores. A ferramenta proposta consiste em aplicar um modelo de série temporal aos logaritmos dos retornos diários e construir um gráfico de controle com os resíduos (ou erros de previsão) desse modelo, decidindo comprar quando o erro de previsão for inferior a um limite inferior (LI) e vender quando o erro de previsão ultrapassar um limite superior (LS). Diversos valores para esses limites (frações dos valores tradicionais dos limites para os gráficos de Shewhart) foram testados experimentalmente, de modo a determinar aqueles que melhor atendem às necessidades de risco e retorno dos investidores com diferentes graus de aversão a risco. A construção de gráficos a partir dos resíduos de dados históricos de ações da Bovespa, obtidos segundo técnicas de modelagem de séries temporais para previsão de retorno, gerou uma ferramenta que, em alguns aspectos, foi capaz de indicar momentos para investimento em ações com resultados melhores do que os obtidos a partir de certos fundos de ações.*

*Palavras-chaves: bolsa de valores; gráficos de controle; investimentos*

## 1. INTRODUÇÃO

Observando-se o funcionamento do mercado financeiro percebe-se uma grande variedade de ferramentas disponíveis para ajudar o investidor a tomar suas decisões. No entanto, ao se avaliar sua eficácia, chega-se à conclusão de que, na realidade, são poucos os modelos que apresentam eficiência quando se trata de remunerar adequadamente o investidor em função do risco que este correu. Assim, o objetivo deste *paper* é fornecer uma alternativa metodológica que ajude o investidor a encontrar, de modo mais eficiente, opções de investimento no mercado de capitais à vista. Especificamente, será apresentada uma modelagem testada no mercado brasileiro, mas que pode ser facilmente replicada a outros mercados internacionais ou outros segmentos de ativos financeiros.

Trabalhos anteriormente apresentados por Banz (1981), Fama & French (1996), Braga e Leal (2002) e Mandelbrot & Hudson (2004), entre outros, já demonstraram que é falsa a hipótese de aleatoriedade do comportamento do preço de ações. No entanto, nestes mesmos estudos é possível identificar que pelo menos parte do comportamento das ações pode ser explicada por modelagens mais avançadas de séries temporais. Sendo possível definir um padrão de comportamento, pode-se filtrar a série com um operador linear e separar a série de dados original em duas: uma de fácil previsão (aquela cujo comportamento pode ser explicado por uma série temporal) e outra aleatória. Este trabalho propõe que se monte uma série histórica com o logaritmo do retorno diário de algumas ações representativas da Bovespa. A partir desta série sugere-se que se trabalhe com um filtro linear montado a partir de um modelo do tipo Self-Exciting Threshold Autoregressive (SETAR) sobre a base de dados, para que seja possível gerar uma série histórica de resíduos (valor previsto – valor observado). Com o  $\ln$  (resíduos) resultante da filtragem proposta, aplicam-se limiares de controle semelhantes aos obtidos com os gráficos de controle.

São observadas, empiricamente, diferentes posições para os limites através da simulação histórica da aplicação de operações de compra e venda (com valores escolhidos a partir destes limites) ao conjunto de ações escolhido de modo a identificar as estratégias mais eficientes. A partir deste grupo de estratégias pretende-se separar o conjunto de pares de limites que atende de forma eficiente à teoria financeira vigente no que diz respeito a risco e retorno. Com isso pretende-se identificar diferentes estratégias capazes de atender a investidores avessos, amantes ou indiferentes ao risco.

## 2. BASE DE DADOS

A ação de uma empresa representa a menor parcela do capital social da empresa, ou seja, para que se invista em uma determinada empresa, é necessário que se adquira pelo menos uma ação de todas as emitidas desde a sua concepção. A cotação é o preço atual de cada fração deste capital social, sendo resultado, no Brasil, da demanda e oferta diária pela ação no mercado secundário da bolsa de valores de São Paulo (Bovespa). Este preço é apurado em moeda corrente e serve como base para a construção da série histórica de preços que será utilizada como dado preliminar para aplicação da ferramenta proposta neste trabalho.

A partir das cotações (do índice e das ações selecionadas neste estudo), é possível calcular o retorno (RET), para o período entre  $i-\tau$  e  $i$ , conforme a seguinte equação:

$$RET_{i-\tau,i} = \frac{CA_i - CA_{i-\tau}}{CA_{i-\tau}}, \text{ onde}$$

$CA_i$  = cotação do ativo na data  $i$ ;

$CA_{i-\tau}$  = cotação do ativo na data base  $i - \tau$  (no caso de retorno diário,  $\tau = 1$ ).

A partir desta fórmula é possível definir mais duas medidas:

1. Razão entre cotações =  $\frac{CA_i}{CA_{i-\tau}} = RET + 1$ ;
2. Retorno Diário ( $RD_i$ ) =  $\frac{CA_i}{CA_{i-1}} =$  razão entre cotações quando  $\tau = 1$ .

Aplicando-se logaritmo neperiano a  $RD_i$ , tem-se o “retorno logarítmico” ou “log-retorno” para 1 dia.

Neste estudo, para a montagem do banco de dados que serviu de base para a construção da ferramenta proposta, trabalhou-se com a mesma metodologia proposta em AMARAL & EPPRECT (2008): “(...) os dados divulgados pelo programa Economática para o período de janeiro de 1994 a dezembro de 2006. Desta base de dados, foram separados os últimos 2 anos (grupo de dados chamado de “amostra de controle”) para testar os resultados encontrados num ambiente real, mantendo um grau de confiabilidade satisfatório. Neste trabalho estaremos interessados em atender às necessidades dos investidores que buscam um acompanhamento para períodos de tempo mais curtos, para os quais é mais indicado trabalhar

com cotações diárias. Assim, todos os cálculos foram realizados a partir das cotações diárias média e de fechamento das ações. As cotações médias foram usadas como parâmetro para representar o valor de compra e venda das ações e as cotações de fechamento foram importantes para o cálculo dos modelos de retornos e volatilidade e para a escolha do dia de aplicação das estratégias. No sentido de limitar o tamanho do estudo, foram acompanhadas as dez maiores ações (segundo o critério de percentual de cálculo sobre o índice Ibovespa válido para o período de setembro a dezembro de 2006): PETR4, VALE5, BBDC4, USIM5, ITAU4, CSNA3, GGBR4, VALE3, BRKM5, TNLP4.”

### 3. MODELOS DE RETORNO (SETAR)

Para aplicação da ferramenta, a etapa seguinte à construção do banco de dados de log-retorno para 1 dia consiste em aplicar um filtro à série temporal. A idéia de filtro linear é proveniente da suposição de que séries temporais formadas por valores com alta dependência podem ser obtidas a partir de uma série independente de ruídos brancos  $a_t$ , com distribuição normal de média zero e variância  $\sigma_a^2$ . Neste caso, o filtro linear, através de uma soma ponderada de ruídos aleatórios, seria responsável pela transformação destes ruídos em uma distribuição dependente, conforme a seguinte equação:

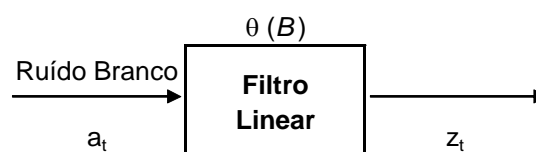
$$\begin{aligned} z_t &= \mu + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots \\ &= \mu + \theta(B) a_t \end{aligned}$$

Geralmente o parâmetro  $\mu$  indica o “nível” do processo e o operador linear

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots$$

é que promove as transformações de  $a_t$  para  $z_t$ , conforme a figura a seguir:

**Figura 1: Representação de uma série temporal obtida através de um filtro linear**



A seqüência de ponderadores pode ser finita ou infinita, mas, se  $\sum_{j=1}^{\infty} |\theta_j| < \infty$ , então o filtro é dito “estável” e o processo  $z_t$  é estacionário. O parâmetro  $\mu$  seria, sob esta hipótese, a média sobre a qual o processo varia. Nos demais casos,  $z_t$  é não estacionário e  $\mu$  pode ser visto, apenas, como um ponto de referência para o nível do processo.

No caso em estudo, para fazer a filtragem dos dados, utilizou-se o seguinte operador linear, proposto por autores Franses & Dijk (2000):

$$\begin{cases} y_t = \phi_{0,1} + \phi_{1,1}y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{se } y_{t-1} \leq c \\ \phi_{0,2} + \phi_{1,2}y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{se } y_{t-1} > c \end{cases}$$

onde:

$y_t$  é o valor do ln do retorno do período  $t$  e  $\varepsilon_t$  refere-se ao resíduo da série de ln de retornos no momento  $t$ .

Os parâmetros  $\phi_{0,1}$ ,  $\phi_{1,1}$ ,  $\phi_{0,2}$  e  $\phi_{1,2}$  deste modelo foram estimados pela metodologia de Mínimos Quadrados Ordinários com o auxílio de uma variável *dummy* de intercepto e outra variável *dummy* de inclinação. Assim, de forma a diminuir a variância do modelo final, optou-se pela estimativa da seguinte equação:

$$y_t = \phi_{0,1} + \phi_{1,1}y_{t-1} + \beta_1 D + \beta_2 D y_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde:

$$D = 0 \text{ se } y_{t-1} \leq c \text{ e } D = 1 \text{ se } y_{t-1} > c$$

Neste caso:

$$\phi_{0,2} = \phi_{0,1} + \beta_1 \text{ e } \phi_{1,2} = \phi_{1,1} + \beta_2$$

O parâmetro  $c$  é o ponto onde ocorre a mudança de regime, ou seja, até o ponto  $c$  a série se comporta de uma maneira e, após  $c$ , este comportamento se altera.

Um fator de sucesso crucial para a implementação do modelo é a escolha adequada do ponto de corte  $c$  que, na prática, é a fronteira entre os dois regimes vigentes. Como não foi encontrada nenhuma bibliografia que tratasse da escolha de tal ponto e a amostra continha *outliers*, optou-se por recorrer a pontos tradicionais da estatística robusta, tendo-se optado pelo uso da mediana para separar o comportamento da série. Destaca-se que, antes da escolha da mediana, foi avaliada, também, a alteração dos resultados optando-se pelo 1º ou 3º quartis, mas as diferenças encontradas não representaram nenhum benefício à metodologia.

Com os dados coletados para a amostra inicial (dados de jan/94 a dez/04) foram encontradas as seguintes estimativas:

Ação	$\phi_{1,1}$	Estat t	$\beta_2$	Estat t	$\phi_{0,1}$	$\beta_1$	R <sup>2</sup>
PETR4	0,0223	0,5818	0,1388	2,6411	-0,0012	0,0026	0,0189
VALE5	-0,0379	-0,8882	0,0378	0,6924	-0,0014	0,0061	0,0085
BBDC4	-0,0810	-2,0586	0,3254	6,1800	-0,0029	0,0024	0,0314
USIM5	0,0218	0,5439	0,1873	3,4115	-0,0008	0,0000	0,0200
ITAU4	0,0263	0,6316	0,1367	2,5072	-0,0012	0,0034	0,0255
CSNA3	-0,0354	-0,8868	0,2236	4,1082	-0,0025	0,0039	0,0257
GGBR4	-0,0060	-0,1528	0,1206	2,2394	-0,0013	0,0044	0,0169
VALE3	-0,1689	-4,6722	0,1897	3,7513	-0,0026	0,0071	0,0149
BRKM5	-0,0282	-0,7227	0,2262	4,2276	-0,0026	0,0039	0,0286
TNLP4	-0,0473	-0,8552	0,1530	2,0984	-0,0014	0,0011	0,0053

Fonte: autor

**Tabela 1 - Estimativa dos modelos SETAR (c= mediana)**

De modo geral o que se pôde perceber é que o grau de predição e explicação das equações encontradas é baixo, uma vez que todos os coeficientes de determinação encontrados apresentaram-se muito baixos (todos inferiores a 5%). Algumas estatísticas t, especialmente aquelas relacionadas às *dummies* de inclinação, dos coeficientes encontrados foram bastante satisfatórias (revelando, na maioria dos casos, coeficientes estatisticamente significativos para um grau de confiança superior a 95%), indicando uma possível omissão de variáveis nas equações originais. Este resultado não pode ser considerado surpreendente, já que diversos autores (*e.g.* Fama & French, 1996 e Mandelbrot & Hudson, 2004) contrários à teoria do CAPM (que atribui a trajetória do retorno dos ativos financeiros à sua relação com apenas um ativo, o mercado) apontam a necessidade de se optar por modelagens com a inclusão de outras variáveis independentes.

Conforme relatado no início desta seção e na introdução, após a aplicação do filtro linear obtém-se os resíduos das séries de log-retorno. É sobre esta série histórica resultante (a dos resíduos) que foi utilizada a técnica para identificação de momentos para compra e venda de ações à vista. A idéia consistiu em trabalhar, empiricamente, com os conceitos originais de controle estatístico de processos (CEP), sem, contudo, aplicar as ferramentas tradicionais de CEP. Por isso, trata-se de “uma abordagem empírica inspirada em CEP” (AMARAL & EPPRECHT, 2008), diferenciando-se do objetivo comumente encontrado nos trabalhos de finanças de montar um modelo para previsão de cotações e/ou retornos de ações.

Conforme explanam AMARAL & EPPRECHT (2008), “A idéia é utilizar limiares

superior e inferior para os retornos, obtidos a partir dos tradicionais limites dos gráficos de controle, que sirvam de referência para a decisão de comprar ou vender ações. Apesar da semelhança com gráficos de controle, não se trata de gráficos de controle, pois estes se aplicam a situações em que o objetivo é detectar a eventual presença de causas especiais de variação em processos, para neles intervir, eliminando-as. Os limites a serem utilizados serão determinados empiricamente, pois as fórmulas para determinação dos limites de gráficos de controle baseiam-se em um modelo de processo que aqui não se aplica, visando manter a probabilidade de alarme falso num nível suficientemente baixo, enquanto que aqui não há como definir “alarme falso” ou “alarme verdadeiro”, dado que o modelo subjacente de processo é outro. Limites de controle em gráficos de controle são relacionados aos erros do tipo I e II em testes de hipóteses, enquanto que os limites para as estratégias que aqui se propõem são limites de decisão que visam maximizar o retorno; não se trata de teste de hipóteses e por isso a teoria de testes de hipóteses não se aplica à sua determinação.”

Assim, o que se busca não é trabalhar com frações dos tradicionais “limites três-sigma” descritos nos gráficos de Shewhart, mas com subdivisões destes limites. Com estas frações da linha superior de controle e linha inferior de controle e todas as suas combinações 2 a 2 (restringindo-se o limite de compra a um valor que seja inferior ou igual ao limite de venda, mas nunca superior), fez-se um experimento empírico para apurar o resultado que teria sido possível alcançar utilizando-se pares formados por um limite de compra e outro de venda para a tomada de decisão de comprar ou vender ações. Aos pares formados por um valor para compra e outro para venda foi dado o nome de “estratégia”. Toda vez que o limite de compra era ultrapassado pelo resíduo apurado após a filtragem inicial dos dados, isto seria considerado um “sinal de compra”, gerando uma ordem de compra pela cotação média do dia seguinte à sua identificação. Estando-se com a ação comprada, toda vez que o limite de venda era ultrapassado pelo resíduo apurado após a filtragem inicial dos dados, isto seria considerado um “sinal de venda”, gerando uma ordem de venda pela cotação média do dia seguinte à sua identificação. Para cada operação de compra e venda foi calculada uma rentabilidade. A observação destas rentabilidades gerou a base de dados para escolha daquelas estratégias com a melhor relação risco-retorno, conforme metodologia que será vista mais adiante.

Os resíduos encontrados após o uso do filtro linear foram calculados a partir da série histórica das cotações de fechamento de cada ação. Por este motivo, acredita-se que o gráfico

de controle que pode gerar os melhores resultados é o gráfico de observações individuais (gráfico de X), cujos limites são definidos da seguinte forma:

**Tabela 2 - Limites de controle – gráfico de Shewhart**

GRÁFICO	LIC	LC	LSC
X	$LC - 2,66LC_{mR}$	$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n$	$LC + 2,66LC_{mR}$

Fonte:

autor

onde:

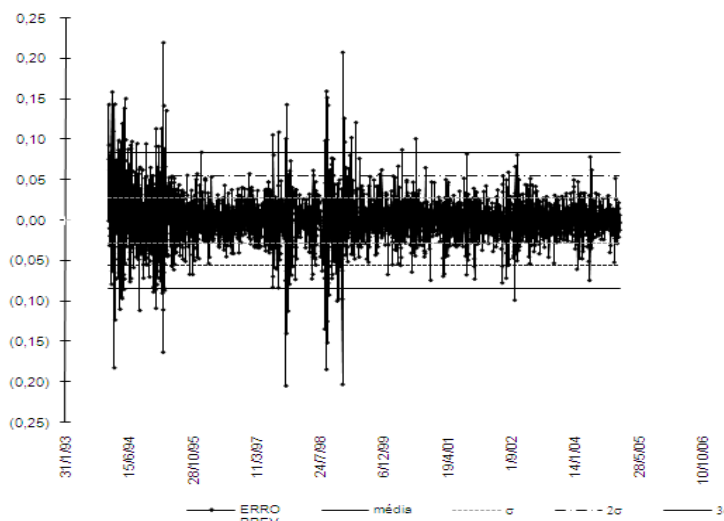
$$X_i = \ln RD_i = \ln (CA_i / CA_{i-1});$$

$$LC_{mR} = \sum_{i=2}^n |X_i - X_{i-1}| / (n - 1);$$

$$|X_i - X_{i-1}| = |\ln RD_i - \ln RD_{i-1}|$$

O gráfico de controle relativo à ação PETR4, ação com maior representatividade no Ibovespa, é apresentado na figura 2. Não há necessidade de apresentação dos demais gráficos por dois motivos: primeiro, eles têm formato muito semelhante; segundo, a figura é meramente ilustrativa, já que não se trata de uma aplicação direta dos conceitos de CEP, mas de utilizá-lo como inspiração para definição de sinais de compra e venda.

**Figura 2 – Gráfico de Controle X – ln (retorno diário) – PETR4 – Modelo de Retorno: SETAR**



No sentido de facilitar o uso da ferramenta, resolveu-se pela não exclusão dos *outliers* da base de cálculo dos limites. Esta decisão baseia-se na suposição de que, por estarem sendo testadas frações dos limites de controle  $3\sigma$  tradicionais, uma eventual super ou subestimação dos mesmos deverá ser minimizada, não afetando a eficiência da ferramenta de forma significativa.

A avaliação visual da figura 1 indica, pelo gráfico de controle X de PETR4, valores aleatoriamente distribuídos, sem que se perceba qualquer tendência, linear ou não linear, com a análise visual. Isto é comum a todas as demais ações selecionadas. Mas esta percepção visual pode ser ratificada por um teste de autocorrelação dos resíduos: se existir autocorrelação, existe um forte indício de que não se tenha conseguido gerar resíduos iid. Neste sentido foi apurada a estatística DW do teste de Durbin-Watson sobre os resíduos, tendo-se chegado aos resultados apresentados na tabela 3. Como se pode perceber, também pelo uso da estatística de teste não existe nenhum indício de ocorrência do fenômeno.

<u>Ação</u>	<u>ESTAT <math>\rho</math></u>	<u>ESTAT d</u>	<u>CONCLUSÃO</u>
PETR4	0,005	1,989	sem indício
VALE5	0,000	2,001	sem indício
BBDC4	0,006	1,988	sem indício
USIM5	-0,001	2,002	sem indício
ITAU4	0,006	1,987	sem indício
CSNA3	-0,002	2,004	sem indício
GGBR4	-0,005	2,010	sem indício
VALE3	-0,001	2,001	sem indício
BRKM5	-0,006	2,011	sem indício
TNLP4	0,007	1,986	sem indício

Fonte: autor

**Tabela 3 - Resultados dos testes de DW**

Apesar de este trabalho estar fora do contexto tradicional de CEP, é interessante verificar, na série histórica apresentada no gráfico de controle, as ocorrências de pontos com distância da média superior a  $3\sigma$ . Chama a atenção o fato de estes pontos estarem concentrados até o primeiro trimestre do ano de 1999. Isto pode ser devido à concentração de crises internas e externas no período entre 1997 e 1999, além da melhoria dos fundamentos econômicos brasileiros no século XXI. Apesar de fugir ao escopo deste trabalho, esta observação implica na demonstração de outra possibilidade de uso dos gráficos de controle: como ferramenta auxiliar para identificação de períodos atípicos quando construído a partir de

séries históricas ligadas à macro e microeconomia.

#### 4. CÁLCULO DOS RESULTADOS

Conforme ressaltado anteriormente, a simples montagem e plotagem dos gráficos de controle normalmente inclui apenas o valor dos limites de controle três-sigma. No caso em estudo, como não se trata de uma aplicação de CEP, acompanhar apenas estes valores pode traduzir-se em ineficiência da ferramenta, já que se espera que poucos apresentem esta característica. A metodologia adotada consistiu, então, em testar frações dos limites originalmente plotados nos gráficos de controle (optou-se por testar o desempenho das estratégias tendo como base valores múltiplos de 0,5 sigma, ou seja,  $0\sigma$ ,  $0,5\sigma$ ,  $1\sigma$ ,  $1,5\sigma$ ,  $2\sigma$ ,  $2,5\sigma$  e  $3\sigma$ ), além do valor zero (limite este que é extrapolado quando o erro de previsão muda de sinal). Matematicamente, está-se falando em aplicar as seguintes regras:

1. O investidor deve comprar determinada ação sempre que  $\ln RD_t - \ln \hat{RD}_t < LI$  ou erro de previsão do modelo  $< LI$ ;
2. Estando com a ação em carteira, este mesmo investidor deve vender esta ação quando  $\ln RD_t - \ln \hat{RD}_t > LS$  ou erro de previsão do modelo  $> LS$ ;

onde:

LI = limite inferior, definido conforme a estratégia;

LS = limite superior, também definido conforme a estratégia;

$\ln \hat{RD}_t$  = valor estimado para o  $\ln RD_t$  segundo os modelos apresentados no capítulo anterior.

Os limites inferior e superior correspondem à distância da linha central (LC) até cada múltiplo 0,5 sigma, conforme descrito no parágrafo anterior.

Mais especificamente, ao longo de 11 anos, será simulada uma compra sempre que o erro de previsão de determinada observação ultrapassar LI, considerando-se que, já que estamos trabalhando com cotações de fechamento, esta compra só poderá ser realizada com um dia de atraso, após a plotagem do gráfico de controle. Com relação à venda da ação e realização de lucro ou prejuízo, o cálculo é semelhante, incorporando-se a restrição de que o

investidor não pode ficar “vendido” (não pode haver vendas a descoberto, ou seja, só é possível vender determinado ativo se o investidor o tiver comprado em data anterior). No sentido de apurar os resultados do modo mais isento possível, utilizou-se como cotação de compra e venda a cotação média do dia da operação (média do dia seguinte à sinalização dos LI e LS). Nesta etapa inicial, trabalhou-se com 105 estratégias que correspondem àqueles pares de LI e LS tais que  $LI \leq LS$ .

Para análise dos resultados de cada estratégia, será apurado o resultado de cada operação de compra e venda conforme a seguinte razão:

$$RO_t = \frac{CV_{t+i}}{CC_t}, \text{ onde:}$$

$CV_{t+i}$  : cotação média de venda na data  $t+i$ ;

$CC_t$  : cotação média de compra na data  $t$ ;

$RO_t$  : resultado da operação iniciada na data  $t$ ;

$i$ : número de dias entre a compra e a venda do ativo (conta-se o dia da compra, mas não o da venda).

O resultado final de cada estratégia corresponde ao produtório de cada uma das razões de cada operação de compra e venda menos 1:

$$RE = \prod_{t=1}^n RO_t - 1, \text{ onde:}$$

$n$  : último dia útil da amostra considerada;

RE: resultado final da estratégia.

Para cada uma das 105 estratégias, será gerado um grupo composto de 10 REs. Como as dez ações compõem um grupo bastante heterogêneo no que diz respeito à ordem de grandeza das cotações e retornos, a comparação destes resultados pode não ser indicada antes que se faça algum tratamento nos dados apurados. Para tanto, decidiu-se trabalhar com a média e o desvio-padrão dos ROs diários ( $\sigma_{RO_i}$ ), calculado como se  $i=1$ , seguindo a fórmula apresentada para o cálculo de RO, sempre que uma ação ou o índice estivesse na posição comprado. Com a divisão de RE pelo desvio-padrão de RO (chamado de retorno escalonado -

RETESC) gera-se uma espécie de inverso do coeficiente de variação.

$$RETESC_i = \frac{RE_i}{\sigma_{RO_i}}$$

Deste modo, para cada par (LI, LS) calculou-se um total de 10 RETESCs. Esta amostra com RETESCs foi a base de dados utilizada para escolha das melhores estratégias.

Para a escolha das estratégias mais eficientes, num primeiro momento, trabalhou-se com o conceito de que o investidor racional segue o critério de média e variância, ou seja:

$$\text{EstratégiaA} > \text{EstratégiaB} \text{ se e somente se } \overline{RETESC_A} > \overline{RETESC_B} \text{ e } \sigma_{RETESC_A} \leq \sigma_{RETESC_B} .$$

Este comportamento, que equivale ao comportamento de um investidor racional, que só aceita correr mais risco se for remunerado para tanto, é bastante utilizado para se gerar uma fronteira eficiente. No caso específico deste trabalho, foi gerado, para cada modelo de retorno e gráfico de controle, um conjunto de estratégias cujo *mix* risco ( $\sigma_{RETESC}$ ) e retorno (RETESC) atende ao comportamento esperado do investidor racional.

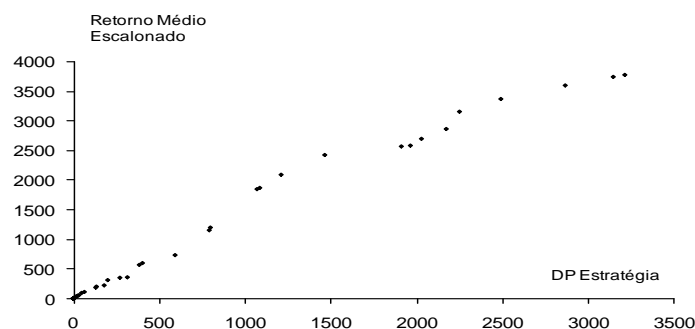
Vale a pena destacar que, conceitualmente, este critério de otimalidade só é válido quando assumimos distribuição normal de retornos ou existe aversão relativa crescente a risco, ou seja, quando a proporção aplicada em ativos com risco cai à medida que a riqueza aumenta. Isto acontece toda vez que a função utilidade da riqueza do investidor puder ser descrita segundo uma função quadrática do tipo  $U(W) = W - bW^2$ , desde que  $W < 1/(2b)$ , onde:

W: riqueza do investidor;

U(W): utilidade da riqueza do investidor.

Com o uso desta metodologia chega-se ao seguinte gráfico:

**Figura 3 - Conjunto de soluções não-dominadas – amostra inicial (modelo SETAR e gráfico de controle de Shewhart)**



A figura 3 apresenta o conjunto de soluções não-dominadas. Pode-se perceber que, apesar de termos eliminado algumas estratégias de acordo com o critério de média e variância, ainda sobraram bastantes estratégias, o que implica numa grande diversidade de opções de investimento capaz de agradar aos mais variados tipos de investidor (tanto aquele que deseja pouco risco quanto aquele que procura muito risco).

Resolveu-se prosseguir com este trabalho, levando-se em consideração que destacar apenas uma opção de limites de compra e venda não seria capaz de atender aos diversos tipos de investidores, com os quais nos deparamos na prática. Na teoria de finanças é possível destacar pelo menos três tipos de comportamento do investidor frente ao risco: existe o grupo dos investidores com aversão a risco, o grupo neutro ao risco e o que é propenso a risco. A ferramenta aqui proposta destina-se a ajudar qualquer um destes tipos de investidores.

Vale a pena destacar que uma mesma pessoa, sob conjunturas diferentes, pode mudar o grau de aversão a risco que é capaz de suportar. Isto se deve ao fato de que um certo indivíduo tende a ser mais amante do risco quando sua riqueza é pequena, mas sua aversão a risco cresce na medida em que fica mais rico. Este comportamento é relativamente comum e sua descrição não é recente, sendo conhecida como paradoxo de Friedman-Savage (1948). Pela sua teoria é possível, inclusive, que se vivencie, ao mesmo tempo, situações de aversão e amor ao risco, como ocorre quando um mesmo indivíduo com um dado nível de riqueza aposta em loterias e, ao mesmo tempo, faz algum tipo de seguro.

Levando-se em conta toda esta diversidade de comportamentos que podemos encontrar no investidor, é de se esperar que não exista apenas uma estratégia de investimento preferível às demais, já que o critério de preferência deve mudar em função do tipo de investidor que se deseja atender. Assim, procurando atender a uma parcela significativa dos aplicadores de recursos em ativos com risco, um aspecto interessante a ser considerado é a rentabilidade relativa que determinada estratégia gerou em relação às demais. Um dos indicadores de maior utilização para comparação de resultados de carteira ou fundos compostos por ativos de renda variável é o índice de Sharpe:

$$IS_p = \frac{(\bar{R}_p - R_f)}{\sigma_p}$$

onde:

$IS_p$ : índice de Sharpe para a carteira ou fundo p;

- $\bar{R}_p$ : retorno médio da carteira ou fundo p (segundo as práticas de mercado, corresponde à taxa de retorno nominal mensal equivalente à média geométrica dos retornos diários de uma determinada carteira ou fundo);
- $R_f$ : retorno da renda fixa;
- $\sigma_p$ : desvio-padrão do retorno da carteira ou fundo p. (usualmente calculado como o desvio-padrão histórico de  $\bar{R}_p$ ).

Na prática, muitas avaliações enfrentam um problema para trabalhar com este indicador devido à dificuldade em se estabelecer que título serve como *proxy* para a renda fixa, pois incluir a parcela de renda fixa, neste caso, poderia gerar índices negativos e comprometer a comparabilidade dos valores apurados. Um modo de contornar este problema é substituir a renda fixa por um *benchmark* (e.g. Ibovespa). Outra solução é retirar do cálculo a parcela da renda fixa, o que não é incomum, pois se costuma trabalhar apenas com a relação entre retorno e risco para medir desempenho de fundos ou carteiras de ativos de renda variável. Neste caso, trata-se de trabalhar com o inverso do coeficiente de variação, medida definida pela estatística e aplicável a qualquer variável aleatória, seja ela financeira ou não. Vale a pena olhar essa medida representada pelo inverso do coeficiente de variação, ou índice de Sharpe adaptado (ISA), como iremos chamá-la daqui por diante. No nosso caso, deve ser extremamente interessante a observação do ponto cujo ISA é máximo (ISAM). Outros pontos que podem servir de parâmetro para o investidor são os relacionados ao RETESC apurado. Assim, também estaremos avaliando aquelas estratégias que apresentaram RETESC máximo, mínimo e mediano com a aplicação da metodologia proposta.

Parâmetro	ISA	RETESC	ESTRAT.	LI	LS
ISAM	2,06306	19,75	97	-2s	-1,5s
RETESC máximo	1,17284	3.771,09	39	1,5s	1,5s
RETESC mínimo	1,46079	7,42	104	-3s	-2,5s
RETESC mediano	1,54479	308,54	3	-0,5s	zero
RETESC mediano	1,28584	348,19	82	-2s	3s

Fonte: autor

**Tabela 4 - RETESC e estratégia associada - amostra inicial**

De modo geral, o que se pode perceber é que os limites LI e LS encontram-se relativamente próximos, independente da opção de investimento que se escolha.

## 5. COMPARAÇÃO ENTRE AS AMOSTRAS E COM O MERCADO

O mesmo cálculo de estratégias não-dominadas foi utilizado para os dados relativos à amostra de controle. Replicando-se a metodologia de cálculo da tabela anterior, tem-se a seguinte situação:

Parâmetro	ISA	RETESC	ESTRAT.	LI	LS
ISAM	2,23682	2,1073	90	-3s	-0,5s
RETESC máximo	1,32684	44,2405	40	-0,5s	1,5s
RETESC mínimo	2,23682	2,1073	90	-3s	-0,5s
RETESC mediano	1,25339	20,2410	85	-0,5s	-0,5s

Fonte: autor

**Tabela 5 - RETESC e estratégia associada - amostra de controle**

Há vários aspectos interessantes nos resultados apresentados. Neste caso, a estratégia de RETESC mínimo (e, conseqüentemente, de menor risco) coincide com a estratégia de maior ISA, ou seja, nos últimos dois anos acompanhados, a estratégia com menor risco relativo coincidiu com a de menor risco absoluto. Adicionalmente, mantem-se a proximidade entre os valores de LI e LS (para todas as cinco opções oferecidas, não encontramos  $\Delta = LI - LS$  maior do que  $2,5 \sigma$ ).

Além da análise entre as amostras, vale a pena, também, verificar o comportamento das estratégias comparativamente a outras opções de investimento. Como não é possível apresentar todas as opções de investimento com as mesmas características e como se está trabalhando apenas com ações de 1ª linha, resolveu-se verificar o desempenho da ferramenta em relação aos produtos apenas dos bancos de 1ª linha. Mesmo para estes bancos existe uma infinidade de investimentos possíveis, o que implica na necessidade de filtragem das opções com as quais será comparado o modelo. Optou-se por limitar o universo de comparação a fundos abertos a investidores pessoa física, que tivessem patrimônio líquido e número de cotistas significativo e que possuíssem dados divulgados pela CVM (Comissão de Valores Mobiliários) disponibilizados diariamente para todo o período da “amostra de controle”.

Neste caso, o mais interessante é observar a rentabilidade gerada por cada ação (aplicando-se por todo o período considerado ou conforme as diferentes estratégias sugeridas) comparativamente à rentabilidade oferecida pelos diferentes fundos considerados, conforme a tabela 6:

<b>Fundo / Ação</b>	<b>Período Total</b>	<b>Estrat 90</b>	<b>Estrat 85</b>	<b>Estrat 40</b>
PETR4	111,74%	-0,91%	47,30%	123,74%
VALE5	73,06%	3,15%	29,30%	114,17%
BBDC4	174,54%	0,00%	31,76%	192,16%
USIM5	62,83%	3,70%	89,59%	168,91%
ITAU4	92,99%	0,00%	50,11%	82,27%
CSNA3	69,03%	0,00%	79,79%	127,66%
GGBR4	85,78%	0,00%	86,08%	111,58%
VALE3	74,17%	0,00%	44,24%	88,02%
BRKM5	-51,58%	0,00%	11,07%	-28,49%
TNLP4	-14,62%	0,00%	2,13%	-6,00%
<b>MÉDIA</b>	<b>67,79%</b>	<b>0,59%</b>	<b>47,14%</b>	<b>97,40%</b>
IBOVESPA ATIVO	56,08%	n/a	n/a	n/a
ETHICAL II	64,46%	n/a	n/a	n/a
ENERGY	98,43%	n/a	n/a	n/a
UNICLASS MULTIGESTOR	65,97%	n/a	n/a	n/a
STRATEGY	57,75%	n/a	n/a	n/a
BLUE	51,97%	n/a	n/a	n/a
INDICE ACOES IBOVESPA	56,74%	n/a	n/a	n/a
ITAU CL	56,92%	n/a	n/a	n/a

Fonte: autor

**Tabela 6 - Rentabilidade bruta apurada (amostra de controle)**

O que se percebe é que, para as estratégias 90 e 85 (ISAM e RETESCs mínimo e mediano), o desempenho foi, em média, inferior ao desempenho dos fundos, mesmo se for excluído da análise o fundo ENERGY, notadamente *outlier* da amostra de fundos. Especialmente com relação à estratégia 90, poucos negócios foram gerados, o que explica o desempenho próximo de zero, na média; provavelmente os dois anos da amostra apresentaram poucos valores atípicos, com poucas oportunidades de compra abaixo do limite  $-3\sigma$ , limite inferior da estratégia 90. Com relação à estratégia 85, se retirarmos da amostra as duas ações com desempenho negativo (BRKM5 e TNLP4, ações que devem ter sido excluídas das carteiras dos fundos por indicarem ser um mau negócio), apura-se uma média de rentabilidade de 57,27% para o período de 2 anos, valor bastante próximo do apurado para os diferentes fundos considerados.

Com relação à estratégia 40, talvez aquela cujos limites se assemelham mais aos de um gráfico de controle (porque são mais simétricos em relação ao valor zero), calcula-se um resultado muito próximo ao verificado para o melhor índice. Se excluirmos da amostra os resultados de BRKM5 e TNLP4, aí se encontra uma média de rentabilidade de 126,06% para o período, valor cerca de 30% superior ao do melhor fundo. Destaca-se que, no caso dos fundos, trata-se de avaliar desempenho de carteiras que, notadamente, apresentam risco (e

consequentemente rentabilidade) diferente de ativos considerados individualmente, como é o caso da ferramenta proposta.

Um aspecto que deve ser lembrado é que o resultado apresentado na tabela 6 foi calculado de modo que, nos dias em que não houve negócios, a rentabilidade apurada foi zero, o que pode ser entendido como uma “desvantagem de cálculo” da ferramenta proposta. Na prática, seria mais realista supor alguma remuneração para o capital parado. Assim, averiguou-se qual teria sido o resultado da aplicação das estratégias, caso se considerasse que os recursos, nos dias sem negócios, pudessem receber uma remuneração diária equivalente a 1% am (mês comercial, com 22 dias úteis).

<b>Fundo / Ação</b>	<b>Período Total</b>	<b>Estrat 90</b>	<b>Estrat 85</b>	<b>Estrat 40</b>
PETR4	111,74%	23,06%	64,26%	130,42%
VALE5	73,06%	28,04%	43,61%	120,46%
BBDC4	174,54%	24,30%	46,60%	198,70%
USIM5	62,83%	28,55%	110,47%	173,82%
ITAU4	92,99%	24,30%	65,82%	86,94%
CSNA3	69,03%	24,30%	98,52%	132,02%
GGBR4	85,78%	24,30%	106,01%	115,25%
VALE3	74,17%	24,30%	60,20%	93,28%
BRKM5	-51,58%	24,30%	22,86%	-26,56%
TNLP4	-14,62%	24,30%	12,91%	-3,80%
<b>MÉDIA</b>	<b>67,79%</b>	<b>24,98%</b>	<b>63,13%</b>	<b>102,05%</b>
IBOVESPA ATIVO	56,08%	n/a	n/a	n/a
ETHICAL II	64,46%	n/a	n/a	n/a
ENERGY	98,43%	n/a	n/a	n/a
UNICLASS MULTIGESTOR	65,97%	n/a	n/a	n/a
STRATEGY	57,75%	n/a	n/a	n/a
BLUE	51,97%	n/a	n/a	n/a
INDICE ACOES IBOVESPA	56,74%	n/a	n/a	n/a
ITAU CL	56,92%	n/a	n/a	n/a

Fonte: autor

**Tabela 7 - Rentabilidade bruta apurada (amostra de controle) incluindo-se taxa de 1%am**

Neste caso encontramos situações mais favoráveis para o investidor, especialmente àqueles em busca de retorno mediano ou máximo. No caso do investidor com aversão mediana a risco, a média de retorno apurada teria sido pelo menos similar à dos fundos destacados. E no caso dos investidores amantes do risco, mesmo considerando-se as ações BRKM5 e TNLP4, a rentabilidade média apurada seria superior a de qualquer um dos fundos.

Mais uma vez vale destacar que as estratégias selecionadas não foram testadas em carteiras (o que poderia ter alavancado os resultados ou, pelo menos, reduzido os riscos

corridos) e que os parâmetros dos modelos de retorno, em nenhum momento, foram recalculados para a aplicação das estratégias na amostra de controle.

## 6. COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS COM FILTRO AR(1) E FILTRO SETAR

Como esta metodologia já foi testada anteriormente com o uso de outro filtro inicial (modelo AR(1), usado no trabalho de AMARAL & EPPRECHT, 2008), vale a pena conferir as diferenças encontradas entre este filtro e o filtro SETAR. A tabela 8 apresenta uma comparação entre as duas metodologias:

Fundo / Ação	Filtro SETAR			Filtro AR (1)			
	Estrat 90	Estrat 85	Estrat 40	Estrat 29	Estrat 90	Estrat 86	Estrat 4
Parâmetro	ISAM e RETESC			ISAM e RETESC			
	Mín	Med	Máx	Máx	Mín	Med	Med
PETR4	-0,91%	47,30%	123,74%	120,77%	-0,91%	31,98%	32,62%
VALE5	3,15%	29,30%	114,17%	82,99%	2,67%	1,23%	4,87%
BBDC4	0,00%	31,76%	192,16%	166,51%	0,00%	8,86%	35,63%
USIM5	3,70%	89,59%	168,91%	210,26%	3,70%	69,68%	63,40%
ITAU4	0,00%	50,11%	82,27%	36,32%	0,00%	25,03%	24,22%
CSNA3	0,00%	79,79%	127,66%	157,12%	0,00%	24,45%	52,21%
GGBR4	0,00%	86,08%	111,58%	107,42%	0,00%	26,06%	29,07%
VALE3	0,00%	44,24%	88,02%	87,06%	0,00%	10,93%	18,77%
BRKM5	0,00%	11,07%	-28,49%	-15,08%	0,64%	-6,38%	-18,73%
TNLP4	0,00%	2,13%	-6,00%	1,02%	1,15%	1,35%	-4,14%
<b>MÉDIA</b>	<b>0,59%</b>	<b>47,14%</b>	<b>97,40%</b>	<b>95,44%</b>	<b>0,72%</b>	<b>19,32%</b>	<b>23,79%</b>

Fonte: autor

**Tabela 8 - Resultados Comparativos entre filtro AR(1) e filtro SETAR - Rentabilidade Bruta Apurada - amostra de controle**

Um aspecto interessante é que a mesma estratégia 90 foi a melhor para os investidores que buscam ISA máximo ou RETESC mínimo. No entanto, sua utilização não gerou resultados iguais com as duas abordagens, mas próximos. O uso do filtro SETAR, em média, proporcionou melhores resultados para os investidores com aversão mediana ou amantes do risco. Há que se destacar a melhora do resultado para o investidor que busca RETESC mediano, cujo desempenho médio, com o filtro SETAR, foi mais do que o dobro do apurado com o filtro AR (1).

## 7. CONCLUSÕES

Com o estudo apresentado foi possível propor o uso de uma nova ferramenta para a tomada de decisões quanto à hora de comprar ou vender títulos negociados em bolsa de valores. Replicou-se a metodologia proposta por AMARAL & EPPRECHT (2008) com uma alteração (neste trabalho trocou-se o modelo de filtragem dos dados, no trabalho anterior os autores trabalharam com modelos do tipo AR(1) e neste com equações do tipo SETAR). Esta mudança que, a princípio, parece pequena, pode modificar todos os resultados encontrados. Resumidamente, “a ferramenta proposta consiste em aplicar um modelo SETAR aos logaritmos dos retornos diários e construir um ‘gráfico de controle’ utilizando os resíduos (ou erros de previsão) desse modelo, decidindo comprar quando o erro de previsão for inferior a um limite inferior (LI) e vender quando o erro de previsão ultrapassar um limite superior (LS). Limites superior e inferior são estabelecidos em um certo número de desvios-padrão em relação ao valor médio desse erro de previsão. Nesta análise foram testados 105 pares (LI;LS), chamados de “estratégias”. A indicação de algumas estratégias adequadas a diferentes tipos de investidor foi um resultado concreto, tendo sido destacadas 4 opções de investimento com o objetivo de atender ao enorme universo de investidores sujeitos a diferentes graus de aversão a risco.” (AMARAL & EPPRECHT, 2008)

Dada à natureza deste estudo, basicamente uma verificação empírica num cenário não afetado pela atual crise econômica, não é razoável generalizar os resultados encontrados. Sugere-se avançar nesta pesquisa antes de se implementar a ferramenta na gestão efetiva de ativos financeiros. Adicionalmente, recomenda-se avançar no sentido de incorporar aspectos tratados na teoria por detrás das Bandas de Bollinger, assunto que guarda bastante similaridade com a delimitação dos limites dos gráficos de controle.

Um dos principais problemas da metodologia adotada neste trabalho diz respeito à própria série temporal utilizada para a filtragem dos dados iniciais (neste caso, o modelo SETAR com fronteira definida pela mediana histórica da série de dados). Os baixos coeficientes de determinação ( $R^2$ ) encontrados certamente limitaram os resultados apurados. Encontrar modelos com maior poder explicativo certamente representará um avanço no sentido de aprimorar a ferramenta proposta. Adicionalmente, não foi investigada, neste estudo, uma série de outros aspectos também ressaltados por AMARAL & EPPRECHT (2008), como por exemplo o estudo da ferramenta adaptado para carteiras ou uma definição

mais clara quanto ao tamanho ideal de amostra inicial necessária para utilização do método proposto.

Por fim, mais uma vez ressalta-se o ineditismo desta abordagem que sugere a troca dos tradicionais modelos de previsão por outros em que se leve em consideração não um valor-alvo (normalmente estabelecido para cotações de ações ou volatilidades), mas um cenário que indique que determinado momento é favorável, ou não, para investimentos em ativos de risco.

## REFERÊNCIAS

**AMARAL, R.M. Identificação de Momentos de Compra e Venda, à Vista, de Ações: Um Procedimento Alternativo Inspirado em Gráficos de Controle de Processos.** Dissertação de Mestrado, PUC-RJ, Rio de Janeiro, 2004.

**AMARAL, R.M.; EPPRECHT, E.K. Compra e Venda de Ações Baseada em Gráficos de Controle e Modelo AR.** XXVIII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Rio de Janeiro, 2008.

**AMARAL, R.M. Identificação de Momentos de Compra e Venda de Ações Baseada em Gráficos de Controle.** Tese de Doutorado, PUC-RJ, Rio de Janeiro, 2008.

**BANZ, R.W. The Relationship Between Return and the Market Value of Common Stocks.** Journal of Financial Economics, mar., 1981.

**BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M. & REINSEL, G.C. Time Series Analysis: Forecasting and Control.** New Jersey: Prentice Hall, 1994, 3<sup>rd</sup> Edition.

**BRAGA, C. M. & LEAL, R. P. C. Ações de Valor e de Crescimento nos anos 1990. Finanças Aplicadas ao Brasil;** FGV Editora, Rio de Janeiro, 1<sup>a</sup> edição, 2002.

**COSTA, A.F.B.; EPPRECHT, E.K. & CARPINETTI, L.C.R. Controle Estatístico de Qualidade.** São Paulo: Editora Atlas, 2004.

**FAMA, E.F. & FRENCH, K.R. The CAPM is Wanted, Dead or Alive.** Journal of Finance, dez. 1996.

**FRANSES, P. H. & DIJK, D. V.; Non Linear Time Series Models in Empirical Finance.** Cambridge University Press, 2000.

**MANDELBROT, B. & HUDSON, R.L. Mercados Financeiros Fora de Controle: A Teoria do Fractais Explicando o Comportamento dos Mercados.** Editora Campus, 2004.

**MONTGOMERY, D.C. & JOHNSON, L.A. Forecasting and Time Series Analysis. USA:**  
McGraw-Hill Book Company, 1976.

**WHEELER, D.J. & CHAMBERS, D.S. Understanding Statistical Process Control. New**  
York: SPC Press, 1992.